

非半无限空间集中荷载下地基附加应力理论计算

孙 强, 马 平, 王媛媛

(中国科学院地质与地球物理研究所, 北京 100029)

摘 要: 在实际的工程活动中, 所遇到的半无限空间很少, 大都是非半无限空间, 而目前的地基附加应力的计算几乎都是采用的半无限空间计算结果, 这必然会带来较大的误差。在布辛内斯克半无限解的基础上, 采用镜像法处理非半无限边界, 得到了非半无限空间集中荷载下地基附加应力的计算公式。根据计算结果对比, 非无限解情况比半无限解在地基中的附加应力更加均匀, 应力集中程度降低, 这也更符合实际情况。

关键词: 非半无限空间; 集中荷载; 附加应力; 镜像法

作者简介: 孙强(1981—), 男, 河北衡水人, 博士研究生, 从事工程地质与岩土工程研究。E-mail: sunqiang04@126.com。

0 引 言

地表上作用着理论意义上的集中荷载, 实际上虽然不存在, 但集中荷载在地基中引起的应力解答却是求解地基内附加应力分布的基础。对于半无限空间弹性体表面上作用有竖直集中力 P 时, 在弹性体内任意点 M 所引起的应力求解问题, 法国数学家布辛内斯克(J. Boussinesq)早在 1885 年就给出了解析解^[1]。在此基础上, 又进一步解决了矩形面积竖直均布荷载、矩形面积竖直三角形荷载、条形面积竖直均布荷载等一系列问题。然而在实际工程中, 我们遇到的大多数情况并非是非半无限空的情况。例如随着城市中工程建设不断向地下空间发展, 建筑物密度不断加大, 在基坑顶部作用的荷载, 如图 1 所示, 此时的荷载 P 作用的空间并不是半无限。针对这种非半无限空间集中荷载下地基附加应力理论计算, 目前尚没有理论解, 而且在实际工程中没有得到应用的重视, 仍采用半无限空间的计算解, 因此常常造成较大的误差。

本文借助镜面映射原理, 提出了非半无限空间集中荷载下地基附加应力理论计算模型, 以期工程界提供一种参考模型。

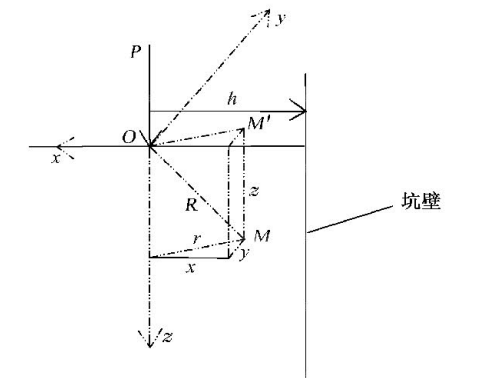


图 1 集中荷载作用下的模型

1 非半无限空间集中荷载下地基附加应力理论计算模型

附加应力简化为作用在地面上的一集中力 P , 并视其在地面上的作用点为坐标原点 O 。这种锚索预应力的施加还受基坑边界的影响。本节对这种边界影响进行分析。在土体中有应变产生, 即有附加应力的存在。反之, 只要有附加应力的存在, 土体中就有相对位移, 即产生应变。应力为 $\lim_{dA \rightarrow 0} dP/dA$, dA 为 dP 的作用面积。因此, 土体内应力和应变是同时发生的, 不可能只有应力而无相应的应变产生; 也不可能产生了应变但无相应

的应力作用。因此,在本问题中,我们认为地面上的边界,可表示为

$$\left. \begin{aligned} \varepsilon_x &= 0 \\ \sigma_x &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

对于这种边界问题的处理,我们采用镜像法进行处理,将其转变为无界问题之后,再用附加应力的叠加原理来求解。

镜像法的基本要求是,反映后所得的无界问题应该保持原来(反映前)的边界条件。为了满足这个基本要求,我们做了如下规定:①虚构施力点(简称虚点)与实际施力点(简称实点)的位置对称;②虚点的大小(力)与实点相等;③虚点的性质取决于边界的性质;④虚点开始工作的时间与实点相同。

根据布辛内斯克解则有

$$\sigma_x = \frac{3P}{2\pi} \left[\begin{aligned} &\frac{x^2 z}{R^5} + \frac{1-2\mu}{3} \frac{R^2 - Rz - z^2}{R^3(R+z)} \\ &-\frac{1-2\mu}{3} \frac{x^2(2R+z)}{R^3(R+z)^2} \end{aligned} \right] - \sigma'_x \quad (2)$$

$$\sigma_y = \frac{3P}{2\pi} \left[\begin{aligned} &\frac{y^2 z}{R^5} + \frac{1-2\mu}{3} \frac{R^2 - Rz - z^2}{R^3(R+z)} \\ &-\frac{1-2\mu}{3} \frac{y^2(2R+z)}{R^3(R+z)^2} \end{aligned} \right] - \sigma'_y \quad (3)$$

$$\sigma_z = \frac{3P}{2\pi} \cdot \frac{z^3}{R^5} - \sigma'_z \quad (4)$$

$$\sigma'_x = \frac{3P}{2\pi} \left[\begin{aligned} &\frac{x_1^2 z_1}{R_1^5} + \frac{1-2\mu}{3} \frac{R_1^2 - R_1 z_1 - z_1^2}{R_1^3(R_1+z_1)} \\ &-\frac{1-2\mu}{3} \frac{x_1^2(2R_1+z_1)}{R_1^3(R_1+z_1)^2} \end{aligned} \right] \quad (5)$$

$$\sigma'_y = \frac{3P}{2\pi} \left[\begin{aligned} &\frac{y_1^2 z_1}{R_1^5} + \frac{1-2\mu}{3} \frac{R_1^2 - R_1 z_1 - z_1^2}{R_1^3(R_1+z_1)} \\ &-\frac{1-2\mu}{3} \frac{y_1^2(2R_1+z_1)}{R_1^3(R_1+z_1)^2} \end{aligned} \right] \quad (6)$$

$$\sigma'_z = \frac{3P}{2\pi} \frac{z_1^3}{R_1^5} \quad (7)$$

$$\left. \begin{aligned} x_1 &= x + 2h \\ y_1 &= y \\ z_1 &= z \\ R_1 &= \sqrt{x_1^2 + y_1^2 + z_1^2} \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

式中, σ_x 、 σ_y 、 σ_z 为分别平行于 x 、 y 、 z 方向的法向应力; h 为 M 点距离坑壁的距离; $G = \frac{E}{2(1+\mu)}$

为剪切模量; P 为作用于坐标原点 O 的竖向集中力; R 为 M 点至坐标原点 O 的距离, $R = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2} = \sqrt{r^2 + z^2}$; r 为 M 点与集中力作用点的水平距离; E 为弹性模量; μ 为泊松比。

在上述应力分量中,意义最大的是竖直法向应力,下面将主要讨论的计算及其分布规律。

2 计算模拟分析

当取 $P = 150 \text{ kPa}$, $h = 5 \text{ m}$, $\mu = 0.25$ 。

$$\sigma_z = \frac{3P}{2\pi} \left(\frac{1}{R^5} - \frac{1}{R_1^5} \right) z^3 = K \frac{P}{z^2} \quad (9)$$

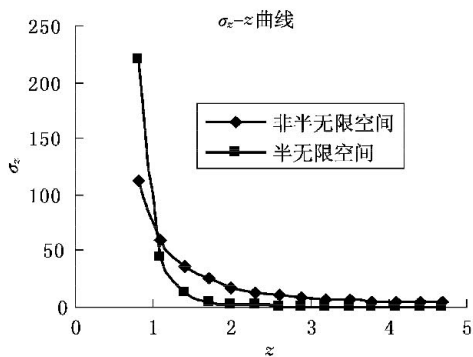


图2 σ_z - z 曲线($x=0, y=0$)

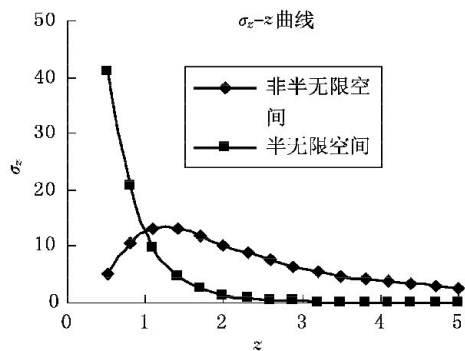


图3 σ_z - z 曲线($x=-1, y=0$)

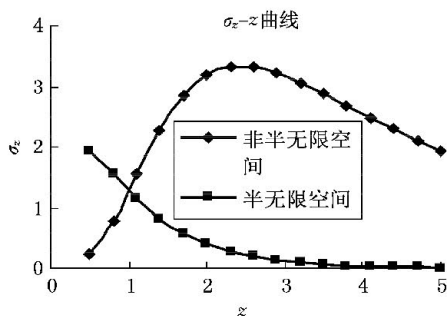


图4 σ_z - z 曲线($x=-2, y=0$)

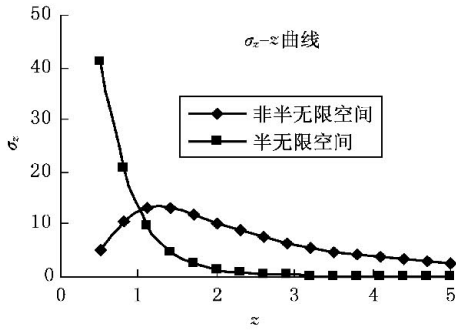


图 5 σ_z - z 曲线 ($x=0, y=1$)

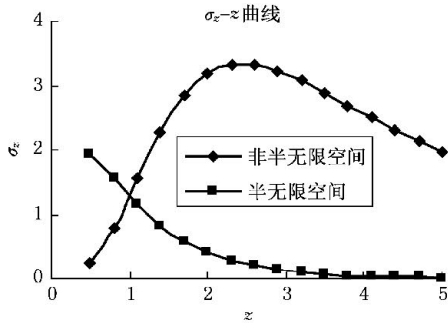


图 6 σ_z - z 曲线 ($x=0, y=1$)

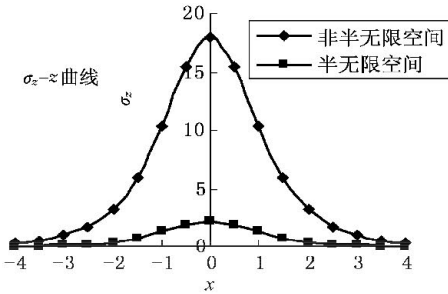


图 7 σ_z - z 曲线 ($z=2, y=0$)

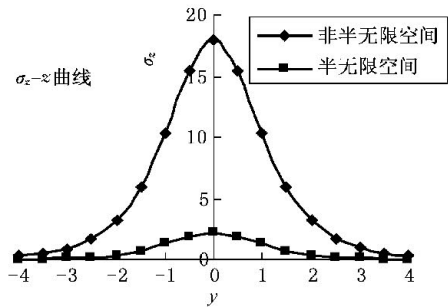


图 8 σ_z - z 曲线 ($z=2, x=0$)

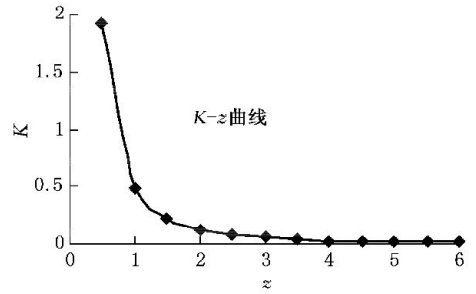


图 9 K - z 曲线 ($r=0$)

不适用集中力作用点处及其附近,因此在选择应力计算点时,不应过于集中力作用点;另一方面也说明在靠近 P 作用线处应力 σ_z 很大。

当时 $z = \infty, \sigma_z = 0$ 。

当时 $z > 0$, 式(10) 可变为

$$K_0 = \frac{3z^3}{2\pi} \left[\frac{1}{z^5} - \frac{1}{(z^2 + 4h^2)^{\frac{5}{2}}} \right] \quad (11)$$

可见,沿 $P(K)$ 作用线上 σ_z 的分布时随深度增加而递减,如图 2、图 9 所示。

(2) 在 $r>0$ 的竖直线上的 σ_z 的分布

从公式可知, $z=0$ 时, $\sigma_z=0$; 随着 z 的增加, σ_z 从零逐渐增大, 至一定深度后又随着 z 的增加而逐渐变小, 如图 3~图 6 所示。

(3) 在 z 为常数的水平面上的 σ_z 分布

σ_z 值在集中力作用线上最大, 并随着 r 的增加而逐渐减小, 如图 7、图 8 所示。随着深度 z 增加, 集中力作用线上的 σ_z 减小, 而水平面上应力的分布趋于均匀, 如图 3、图 4 所示。

(4) 根据图 2~图 8 可知, 非半无限空间集中荷载下地基附加应力理论计算结果与原半无限空间情况下计算结果存在加大差别。非半无限空间下附加应力的分布更趋于均匀。

3 结 语

本文给出了非半无限空间集中荷载下地基附加应力理论计算公式, 并与半无限空间计算结果进行了对比。根据计算结果对比, 非无限解情况比半无限解在地基中的附加应力更加均匀, 应力集中程度降低。

参 考 文 献

[1] 陈仲颐, 周景星, 王洪瑾. 土力学[M]. 北京: 清华大学出版社, 2002: 160~167.

(1) 在集中 P 作用线上的 σ_z 分布 ($r=0$)

当 $z=0$ 时, $\sigma_z = \infty$ 。出现这一结果是由于将集中力作用面积看作零所致。它一方面说明该解

$$K = \frac{3}{2\pi} \left\{ \frac{1}{\left[1 + \left(\frac{r}{z} \right)^2 \right]^{\frac{5}{2}}} - \frac{1}{\left[1 + \left(\frac{r_1}{z} \right)^2 \right]^{\frac{5}{2}}} \right\} \quad (10)$$