

# 亚音速时速度对列车引起的地基动应力的影响

王常晶<sup>1, 2</sup>, 陈云敏<sup>1</sup>

(1. 浙江大学岩土工程研究所, 杭州 310027; 2. 浙江大学城市学院工程分院, 杭州 310015)

**摘要:**为了分析速度对列车引起的地基动应力的影响,给出了弹性半空间 Euler-Bernoulli 梁模型在移动荷载作用下,半空间内部的应力响应解答。对不同速度时,列车引起的地基表面反力和地基动应力进行了计算,发现随着速度的提高,地基表面反力先增大后减小。而速度对应力的影响与计算点的位置和应力方向(竖向应力还是水平应力)有关。

**关键词:**列车; 移动荷载; 弹性半空间; Euler-Bernoulli 梁; 动应力

**作者简介:**王常晶(1978—),女,博士,从事列车振动的研究工作。

## 0 引言

近年来,高速列车作为一种高效、经济、环保的运输手段,在许多国家得到了广泛的重视与发展。受到土地资源的限制,越来越多的铁路线通过深厚的软土地区。很多现场实测都表明,建于软黏土地基上的交通基础设施,在其建成投入使用后,地基在长期动荷载作用下产生了很大的工后附加沉降,最典型的是某地铁一号线<sup>[1, 2]</sup>。列车引起的地基动应力分析,是研究交通荷载作用下土体动力特性及地基长期附加沉降的基础,对其进行深入的研究是非常有必要的。实测表明,列车速度对动应力影响非常大<sup>[3]</sup>。

本文为了分析速度对列车引起的地基动应力的影响,用移动荷载作用下弹性半空间 Euler-Bernoulli 梁模型来模拟列车—路堤—地基的相互作用,给出了地基表面反力和地基动应力的解答。对不同速度时,列车引起的地基表面反力和地基内部不同位置的三方向动应力进行了计算。

## 1 地基表面反力及内部应力解答

本文作者曾将交通荷载简化为移动荷载,将路堤系统简化为 Euler-Bernoulli 梁,将地基简化为弹性半空间,得到了交通荷载引起的地基表面接触力

和地基内部动应力的解答<sup>[4]</sup>。这里直接给出动应力的表达式,具体推导过程请参阅参考文献[4]。

梁—地基表面接触力的表达式为<sup>[4]</sup>

$$f(x, t) = -\frac{p_0}{4\pi a} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{(2\pi\mu\chi(\xi v_0, \xi) - icv_0\xi)e^{i\xi x_v}}{D(\xi v_0, \xi) + ic\xi v_0 - 2\pi\mu\chi(\xi v_0, \xi)} d\xi \quad (1)$$

式中,  $D(\xi v_0, \xi) = -E_b I \xi^4 + \rho_b A \xi^2 v_0^2$ , 描述了梁的自由振动特;  $E_b$  为梁的弹性模量;  $I = ab^3/6$  为梁横截面的惯性矩;  $a$  和  $b$  分别是梁宽度的一半和梁的高度;  $\rho_b$  和  $A = 2ab$  分别为梁的质量密度和截面面积;  $c$  为黏性系数;  $\mu$  为半空间的剪切模量;  $x_v = (x - v_0 t)$  是移动坐标;  $2\pi\mu\chi(\xi v_0, \xi)$  为半空间等效刚度, 等效刚度的推导及表达式请参见参考文献[5];  $\xi$  为荷载移动方向( $x$  方向)的波数;  $i$  为单位复数。

需要说明的是,公式(1)的推导过程中假设梁与半空间接触面光滑,则表面的剪应力为 0; 假设接触面上的法向应力沿梁宽度方向上( $y$  方向)均匀分布。

列车荷载简化为一系列移动的轮轴荷载,所引起的地基表面接触反力,可以对单个轮轴荷载的表达式叠加而成

$$f_t(x, t) = \sum_{i=1}^N f_i(x - x_i, t) \quad (2)$$

式中,  $f_i(x - x_i, t)$  是第  $i$  个列车轮轴荷载引起地基表面接触反力, 同公式(1);  $x_i$  是第  $i$  个列车轮轴荷载的  $x$  坐标(列车行驶方向)。移动荷载引起的梁-地基表面接触力是一种分布形式不变, 以荷载速度向前移动的面荷载<sup>[6]</sup>。所以在该接触反力作用下半空间的响应, 可以通过对移动荷载作用下的半空间响应基本解, 在反力的长度和宽度方向进行空间积分得到。公式(3)是地基内部任意一点处的应力公式<sup>[4]</sup>

$$\begin{aligned}\sigma(x_0, y_0, z_0, t) &= \int \sigma^*(x_0 - x, y_0 - y, z_0, t) \cdot \\ &\quad dp(x, y, t) \\ &= \int_{-\frac{L}{2}}^{\frac{L}{2}} \int_{-a}^a \sigma^*(x_0 - x, y_0 - y, \\ &\quad z_0, t) f(x, y, t) dx dy\end{aligned}\quad (3)$$

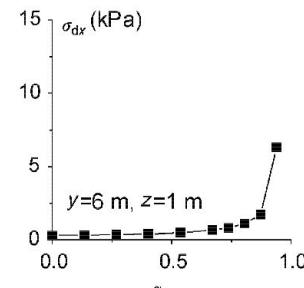
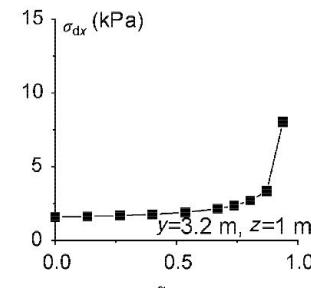
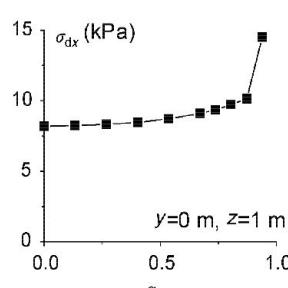
式中,  $\sigma^*(x_0 - x, y_0 - y, z_0, t)$  为半空间表面作用单位移动荷载时引起的地基内部应力解, 参见参考文献[7]。 $L$  是接触力的有效长度, 公式(3)计算的应力以压为正, 拉为负。需特别说明的是公式(3)只适用于荷载移动速度小于地基内的 Rayleigh 波速的情况, 这也是实际工程中最常见, 最重要的一种情况。

## 2 速度对动应力的影响分析

为了分析速度对应力的影响, 选择不同位置的土单元, 计算不同速度时, 列车引起的各土单元的三方向应力最大值, 列车、路堤和地基的参数见表 1。

表 1 列车、路堤和地基参数

$\rho_b$ (kg/m <sup>3</sup> )	$E_b$ (MPa)	$a \times b$ (m × m)	$P_1 = P_2 =$ $\dots = P_{24}$ (kN)	$\mu$ (MPa)	$\rho$ (kg/m <sup>3</sup> )	$v_s$
1 900	30 000	$2 \times 0.3$	160	10	1 800	0.45



速度对应力的影响体现在两个方面, 一方面地基表面反力大小随速度变化; 一方面移动荷载引起的应力随速度变化。两方面效果的叠加共同构成速度对应力的最终影响。图 1 是地基表面反力最大值随速度的变化关系, 可以看出反力先是随着速度的增大而缓慢增大, 当速度比超过一定值时, 反力随速度的增大而迅速减小。速度的增大使得路堤位移增大, 地基等效刚度减小, 两方面综合作用, 使得地基表面反力随速度的变化规律为先增大后减小。

图 2~图 4 是三方向动应力最大值随速度的变化关系, 从中可以看出, 除了在地基深处,  $\sigma_{dx}$  都是随着速度的增大而增大, 且增大的速度越来越快。而在地基深处,  $\sigma_{dx}$  却随着速度的增大而减小, 且减小的速度也越来越快。对  $\sigma_{dy}$  而言, 其最大值总是随着速度的增大而增大, 且增大速度也越来越快。 $\sigma_{dz}$  随速度的变化较为复杂, 不同位置处应力变化规律不同。在反力荷载作用宽度范围(即路堤宽度范围)以内, 深度较浅处,  $\sigma_{dz}$  先随速度的增大而较快的增大, 速度较高时(速度比超过 0.8),  $\sigma_{dz}$  随速度的增大迅速减小。在地基其他部分处,  $\sigma_{dz}$  随速度的增大而增大, 且增长速度越来越快。

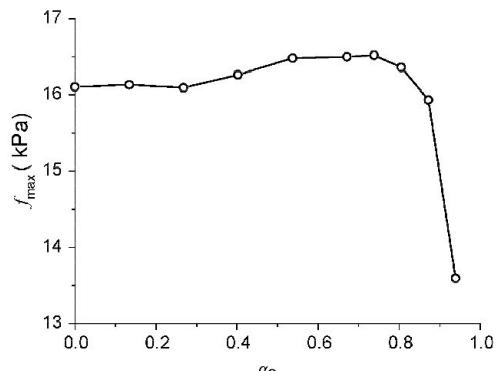
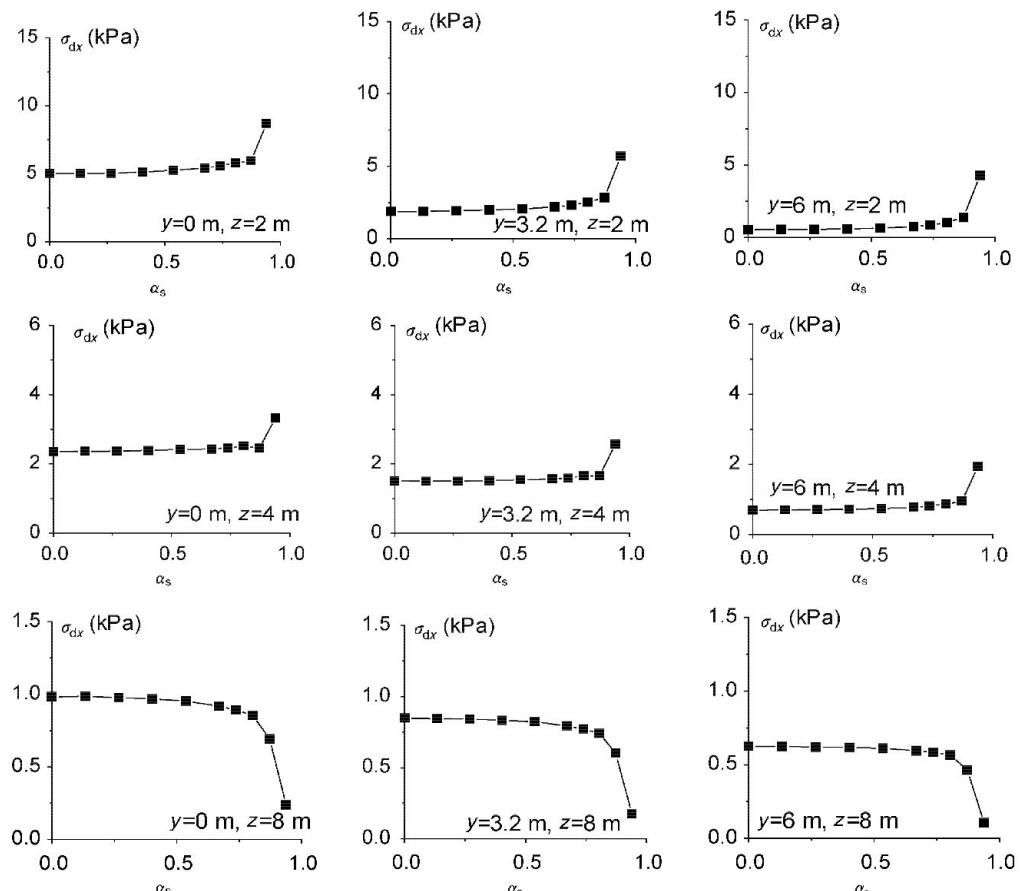
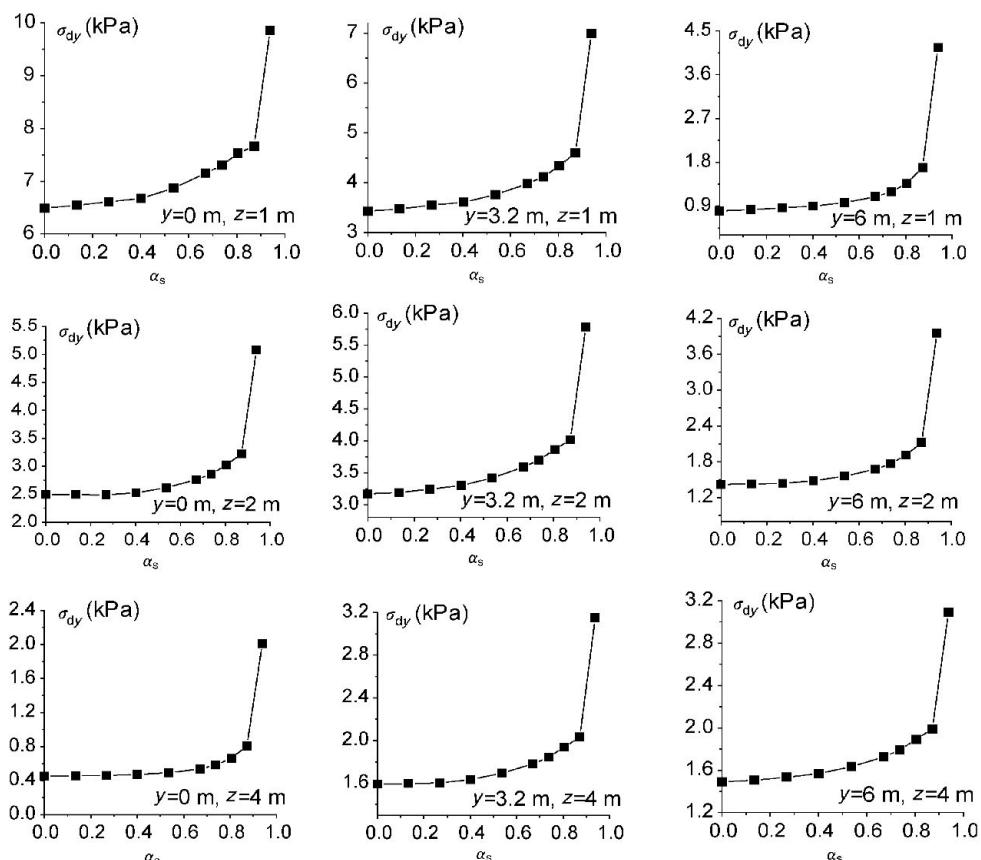
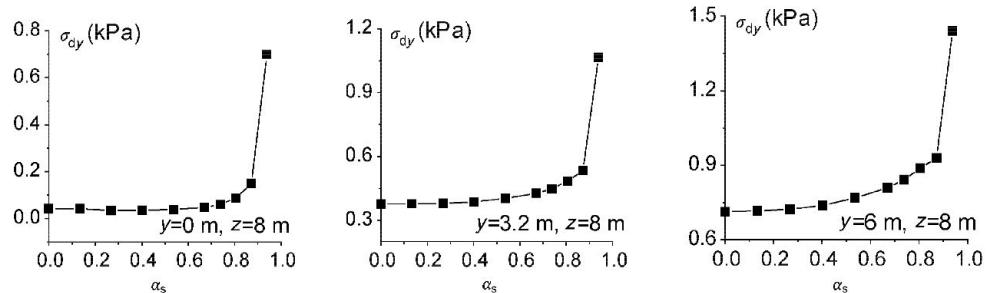
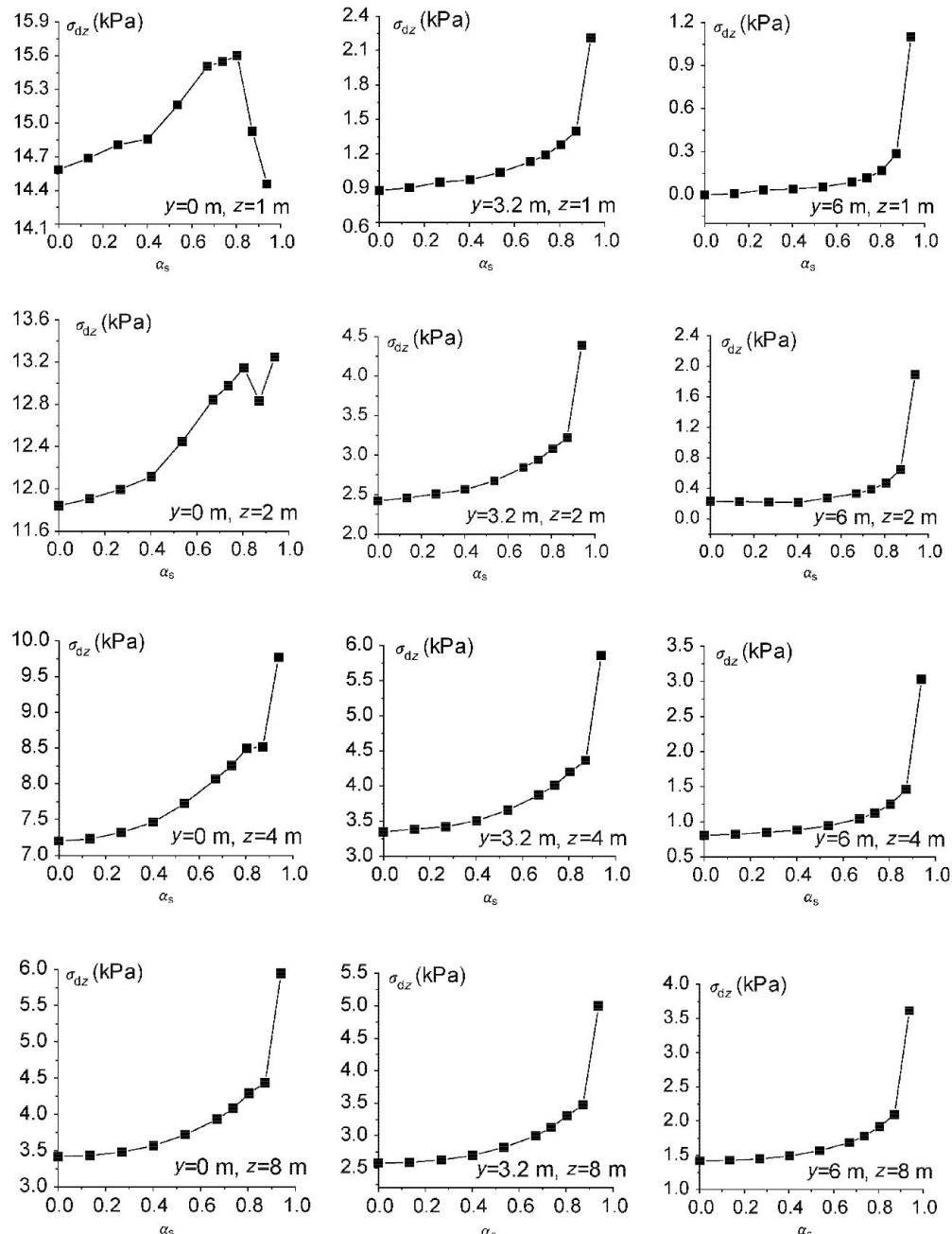


图 1 地基表面反力最大值随速度的变化关系

图 2 列车荷载作用下动应力  $\sigma_{dx}$  最大值与速度的关系

图3 列车荷载作用下动应力  $\sigma_{dy}$  最大值与速度的关系图4 列车荷载作用下动应力  $\sigma_{dz}$  最大值与速度的关系

### 3 结 论

本文对列车速度对列车引起的地基动应力进行了分析,可以得到以下结论:

- (1) 地基表面反力随速度的增大先增大后减小。
- (2) 地基深处, $x$  方向动应力随速度的增大而减小。
- (3) 在路堤宽度范围内且深度较浅处,竖向动应力先随速度的增大而较快的增大,速度较高时(速度比超过 0.8),应力随速度的增大迅速减小。
- (4) 对其他情况,三方向应力均随速度的增大而增大,且增长速度越来越快。

### 参 考 文 献

- [1] 陈基炜,詹龙喜. 上海市地铁一号线隧道变形测量及规律分析[J]. 上海地质,2000,(2):51~56.
- [2] 陈云敏,陈仁朋,芦森. 软土地基地铁施工及运营过程中的几个土力学问题[C]. 史佩栋编. 城市地铁建设与环境岩土工程高级技术论坛论文集. 杭州: 2002;165~177.

- [3] Hall Lars, Simulations and analyses of train-induced ground vibrations, a comparative study of two- and three-dimensional calculations with actual measurements [D]. Sweden, Division of Soil and Rock Mechanics, Department of Civil and Environmental Engineering, Royal Institute of Technology, 2000: 95~108.
- [4] Chen Y M, Wang C J, Chen Y P, et al. Characteristics of stresses and settlement of ground induced by train [C]. Takemiya H ed. Environmental Vibration Prediction, Monitoring and Evaluation. London: Taylor and Francis/Balkema, 2005:33~42.
- [5] Dieterman H A, Metrikine A V. The equivalent stiffness of a half-space interacting with a beam. Critical velocities of a moving load along the beam [J]. European Journal of Mechanics A: Solids, 1996, 15(1):67~90.
- [6] 王常晶,陈云敏. 移动荷载引起的地基应力状态变化及主应力轴旋转[J]. 岩石力学与工程学报,2007,26(8):1698~1704.
- [7] Eason G. The stresses produced in a semi-infinite solid by a moving surface force [J]. International Journal of Engineering Science, 1965, 2:581~609.