

DOI: 10.11779/CJGE201608007

柱状节理岩体渗透性模型试验研究

巢志明¹, 王环玲^{*1}, 徐卫亚², 贾朝军², 夏 季¹

(1. 河海大学港口海岸与近海工程学院, 江苏 南京 210098; 2. 河海大学岩土工程科学研究所, 江苏 南京 210098)

摘 要: 针对柱状节理岩体渗透性质的研究较少, 开展了柱状节理岩体相似材料的模型试验, 研究了柱状节理岩体相似材料在多次围压循环加卸载作用下的渗透性质, 分析得出柱状节理岩体存在表征单元体积, 可以采用等效连续介质模型分析柱状节理岩体的渗流性质, 提出了计算柱状节理岩体渗透率张量的方法, 基于张量不变性理论, 推导出了柱状节理岩体渗透张量的主渗透系数的计算公式。研究表明: 在围压初次加载阶段, 柱状节理岩体渗透张量的主渗透系数随围压加载显著降低, 在随后的围压循环加卸载阶段主渗透系数保持较低值, 围压的加卸载对柱状节理岩体的主渗透系数影响较少, 且在每个围压加卸载阶段, 柱状节理岩体渗透张量的主渗透系数与围压均呈幂函数关系; 柱状节理岩体渗透张量的主方向随着围压加卸载逐渐增大, 在初次围压加卸载阶段增长显著, 在此后的围压加卸载阶段缓慢增长; 柱状节理岩体在低围压下渗透各向异性较为显著, 且随着柱体倾角增大渗透各向异性逐渐减弱, 在第一次围压加载阶段, 随围压增大柱状节理岩体的渗透各向异性迅速减弱, 当加载到高围压时, 柱体倾角对柱状节理岩体的渗透各向异性几乎没有影响, 在此后的围压循环加卸载阶段, 柱状节理岩体的渗透各向异性稳定在较低水平, 柱体倾角对渗透各向异性的影响很微弱; 柱状节理岩体的渗透性质均是在第一次围压加载阶段发生显著变化, 且围压卸载后渗透性质不能恢复, 此后的围压循环加卸载对其渗透性质影响很小。

关键词: 柱状节理岩体; 相似材料; 渗透性质; 各向异性; 围压加卸载; 模型试验

中图分类号: TU452

文献标识码: A

文章编号: 1000 - 4548(2016)08 - 1407 - 10

作者简介: 巢志明 (1991 -), 男, 安徽淮南人, 硕士研究生, 主要从事岩石渗流力学方面的研究。E-mail: chaozhiming@qq.com。

Model tests on permeability of columnar jointed rock mass

CHAO Zhi-ming¹, WANG Huan-ling¹, XU Wei-ya², JIA Chao-jun², XIA Ji¹

(1. College of Harbour, Coastal and Offshore Engineering, Hohai University, Nanjing 210098, China; 2. Geotechnical Research Institute,

Hohai University, Nanjing 210098, China)

Abstract: Because of the lack of researches on the permeability of the columnar jointed rock mass, model tests on the similar material of columnar jointed rock mass are carried out to study their permeability during cyclic loading and unloading of confining pressure. It is shown that the equivalent medium model is suitable for analysis of the permeability of columnar jointed rock mass. The method for calculating the permeability tensor of columnar jointed rock mass is proposed based on the tensor invariant theory. The researches show that the major permeability coefficient of the permeability tensor of columnar jointed rock mass is significantly reduced during the first loading of confining pressure, and it maintains a low value during the subsequent cyclic loading and unloading of confining pressure stage. The relationship between the major permeability coefficient of permeability tensor and the confining pressure is power function relationship during each cyclic loading and unloading of confining pressure stage. The major direction of the permeability tensor of columnar jointed rock mass increases gradually along with the loading and unloading of confining pressure. It increases significantly during the first confining pressure loading stage, but its increase becomes slow during the subsequent cyclic loading and unloading of confining pressure stage. The permeability anisotropy of columnar jointed rock mass under low confining pressure is more significant, and it decreases along with the increase of cylinder angle. The permeability anisotropy of columnar jointed rock mass decreases rapidly along with the increase of confining pressure during the first confining pressure loading stage, and cylinder angle has little impact on the permeability anisotropy of columnar jointed rock mass during high confining pressure stage. The permeability anisotropy of columnar jointed rock mass

基金项目: 国家自然科学基金项目 (11172090, 11272113, 51479049, 11572110, 51209075); 江苏省自然科学基金项目 (BK2012809)

收稿日期: 2015 - 11 - 16

*通讯作者 (E-mail: wanghuanlign@hhu.edu.cn)

maintains a low value, and the impact of cylinder angle on the permeability anisotropy is also very weak during the subsequent cyclic loading and unloading of confining pressure stage. The permeability properties of columnar jointed rock mass significantly change in the first stage of confining pressure loading and cannot restore when confining pressure is unloading, and the confining pressure has little impact on the permeability properties of columnar jointed rock mass during the subsequent cyclic loading and unloading of confining pressure.

Key words: columnar joint; similar material; permeability; anisotropy; loading and unloading of confining pressure; model test

0 引言

柱状节理是火山熔岩喷发溢流过程中由于冷却收缩形成的呈不规则或规则形态的原生张性破裂构造,柱状节理多出现于玄武岩,在中国西南地区广泛分布,西南地区诸多已建或在建大型水电站,如位于金沙江下游的白鹤滩水电站、四川乐山铜街子水电站、云南丽江金安桥水电站,金沙江峡谷段的溪洛渡等水电站均位于柱状节理玄武岩之上。柱状节理岩体作为一种特殊结构的岩体,既具有力学性质的各向异性,同时也具有渗透性质的各向异性,早期国内外学者研究较多的是柱状节理岩体的成因机制^[1-2],近些年逐渐开始关注柱状节理岩体力学性质的研究。徐卫亚等^[3]利用三维数值模型研究了柱状节理岩体的力学性质各向异性对于岩体应力和变形的影响,刘海宁等^[4]研究了柱状节理岩体在不同方向三轴主应力作用下的应力-应变关系及其强度特性,肖维民等^[5]利用相似材料研究了单轴压缩条件下柱状节理岩体变形和强度,但目前关于柱状节理岩体渗透性质的研究却鲜有报道。国内外学者关于节理岩体渗透性的研究多侧重于对单裂隙岩体渗透性的研究,对于复杂裂隙岩体的渗透性所做研究较少^[6],Lomize^[7]提出了单裂隙渗流的平行板模型,速宝玉等^[8]考虑了天然岩体裂隙的粗糙度对立方定律进行了修正,Wong等^[9]比较了不同围压下单裂隙岩体渗透率的变化,Kim等^[10]研究了围压对含有单裂隙混凝土块渗透率的影响,邹丽芳^[11]利用块状组合体进行物模实验研究了柱状节理岩体的渗透性,但是没有考虑柱状节理岩体渗透性的各向异性和围压循环加卸载对岩体渗透性的影响。与柱状节理岩体的力学性质一样,柱状节理岩体的渗透性质对工程安全同样有着显著影响,因此对柱状节理岩体渗透性质的研究,具有较高的实际和工程应用价值。

由于柱状节理岩体包含有多组节理且柱体体积较大,受室内试验试样尺寸大小的限制,现场所取的天然岩芯样中很少包含节理,或者只含有一组节理,并不能充分反映岩体渗透的各向异性,且柱状节理岩体几何性质的多变性,不同岩体节理差异较大,取自部分岩体的天然岩样的试验结果不具有充分代表性,因此需要通过各向异性相似材料试验来揭示柱状节理岩体各向异性的渗透特征。选用普通硅酸盐水泥和白水

泥制作柱状节理岩体相似材料模拟实际柱状节理岩体,进而利用本中心研发的致密岩石惰性气体渗透率测试系统,测量不同柱体倾角的柱状节理岩体相似材料在多次围压循环加卸载下渗透率的变化,研究分析柱状节理岩体的渗透各向异性和多次围压循环加卸载下柱状节理岩体渗透率的变化规律。

1 试验准备

1.1 试样的制备

为了模拟实际岩体的物理和力学等性质,相似材料试验需满足以下相似准则^[12]:

$$C_{\sigma} = C_{\gamma} C_L, \quad (1)$$

$$C_{\delta} = C_{\epsilon} C_L, \quad (2)$$

$$C_{\sigma} = C_E C_{\epsilon}, \quad (3)$$

$$\left. \begin{aligned} C_{\phi} &= 1, \\ C_{\mu} &= 1, \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

$$C_{\sigma} = C_E = C_c = C_{\sigma c} = C_{\sigma t}, \quad (5)$$

式中, C_{σ} , C_{γ} , C_L , C_{δ} , C_L , C_{ϵ} , C_{σ} , C_E , C_{ϵ} 分别为应力、重度、几何、位移、几何、应变、弹性模量、应变相似比尺, C_{ϕ} 为摩擦系数, C_{μ} 为泊松比。此外还要求所有量纲一物理量的相似比尺等于 1, 相同量纲物理量的相似比尺相等。

本试验的柱状节理岩体相似材料由普通硅酸盐水泥、天然河砂、水按质量比例 1 : 0.5 : 0.4 混合而成,其中河砂粒径小于 1 mm,加入总质量 0.2% 的防渗剂和减水剂加强材料的防渗性能和水泥的流动性。该配比所制得的相似材料的性能符合相似准则,可以较好的模拟柱状节理岩体的力学和渗透性质。

为了充分模拟实际柱状节理岩体的柱体^[13],选用边长 5 mm,柱体长度 160 mm 的规则正六边形柱体模拟实际柱体,利用本中心研制的模具装置制作柱状节理岩体相似材料,本模具装置包括材料成型模具(图 1)和材料添加装置。材料成型模具是由两个对称的树脂模具组成,可以有效快捷的拆卸、组装,使柱体有效的脱离模具,从而得到精准没有破损的柱体;材料添加装置是一种向模型内添加相似材料的装置,这个模具可以有效的解决传统手工方法中制作小模型的精度不够、复杂、难以成型等问题,在柱状节理岩体相似材料的柱体制作过程中能精准的配制材料用量和配

合比, 有效的批量生产柱体, 能够减少因模具的不精准而造成的柱体力学参数的误差。

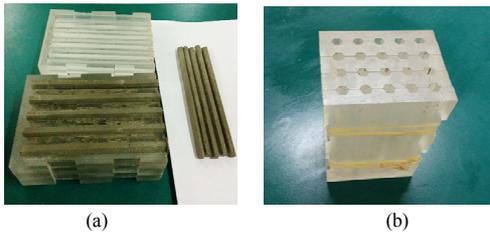


图 1 材料成型模具

Fig. 1 Forming mold for materials

在材料成型模具两部分内壁均匀涂抹凡士林以便日后脱模, 通过皮筋将两部分模具对应套牢如图 1, 将相似材料按照配比混合搅拌均匀后倒入材料添加装置, 由材料添加装置将相似材料缓慢注入材料成型模具中, 将模具全部凹槽注满后移至恒温通风处晾晒, 隔天将模具拆卸, 重复以上步骤直至制得足够数量的正六边形柱体, 用质量比为 1:0.4 的白水泥和水搅拌均匀后, 将正六边形柱体粘结成柱状节理岩体模型, 用塑料膜包裹密封, 放入恒温恒湿箱中以温度 28 °C, 湿度 95 % 养护 30 d。根据相似准则确定柱状节理岩体相似材料的试验尺度是直径 50 mm × 高度 50 mm 的圆柱体, 则该试验尺度存在 REV, 通过切割和打磨将柱状节理岩体模型制成柱体倾角与水平方向成 0°, 15°, 30°, 45°, 60°, 75°, 90° 的直径 50 mm × 高度 50 mm 的圆柱体柱状节理岩体相似材料, 如图 2。

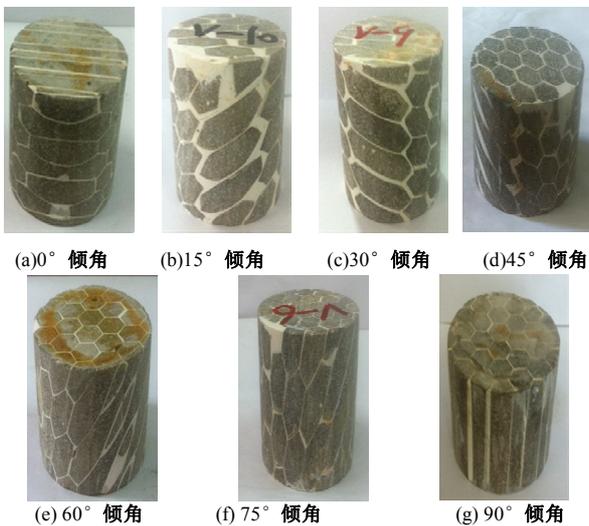


图 2 不同柱体倾角柱状节理岩体相似材料

Fig. 2 Columnar joint rock similar materials with different cylinder inclinations

1.2 试验设备

柱状节理岩体相似材料的渗透率由本中心的致密岩石惰性气体渗透率测试系统测量。该试验仪器主要由岩心压力室、围压调节设备、渗压调节设备、上下游气压控制面板、压力显示器及高精度气体压力表组成^[14], 通过电脑记录高敏压力表读数的变化, 并计算

岩样的渗透率。为了防止试验过程中岩石与气体发生化学反应从而给试验带来误差, 本试验以氩气作为渗流介质。试验装置示意图见图 3。

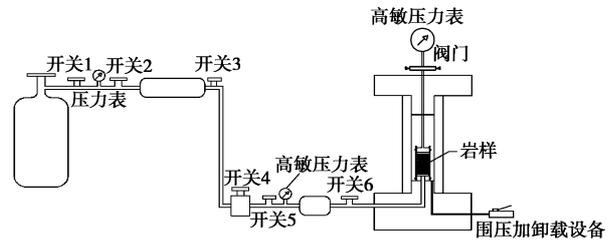


图 3 致密岩石惰性气体渗透率测试装置

Fig. 3 Inert gas permeability testing device for dense rock

1.3 试验方法

室内岩体渗透率测试方法主要有 3 种: 压力脉冲法, 准静态法, 气体流量法^[15]。本试验选用气体流量法测量试样的渗透率, 气体流量法是在准静态法的基础上, 在岩样出气端加上高敏压力表, 记录出气端的压力变化并计算岩样的渗透率, 该方法测量精度高, 测量时间短, 符合本试验要求。

气体流量法计算试样渗透率为

$$k = \frac{2Q\mu LP_0}{A(P^2 - P_0^2)}, \quad (6)$$

式中, k 为岩样的气体渗透率 (m^2), μ 为氩气的气体黏度 ($\text{Pa}\cdot\text{s}$), P 为压力室进气端气体压力 (MPa), P_0 为大气压力 (MPa), A 为岩心横截面面积 (m^2), L 为岩心长度 (m),

$$Q = \frac{v\Delta P}{t\left(P_0 + \frac{\Delta P}{2}\right)}, \quad (7)$$

其中, Q_s 为压力室出气端气体流量 (m^3/s), v_s 为高精度气体压力计内部体积, 为定值 $v_s = 0.8cL$, ΔP 为 t 时间段内高精度气体压力计读数 (MPa), P_0 为大气压力 (0.1 MPa)。

1.4 试验方案

将制备好的试样依次装入本中心的致密岩石惰性气体渗透测试系统中, 每个试样进行 3 次围压循环加卸载, 每个循环有 11 个围压点, 测量试样在 3, 8, 15, 25, 30, 35, 30, 25, 15, 8, 3 MPa 围压下的渗透率, 气体渗透压力控制在 1 MPa。

2 试验结果及分析

根据试验结果, 做出 3 次围压循环加卸载阶段不同围压时相似材料的渗透率与柱体倾角关系曲线, 见图 4。由图 4 可见, 在第一次围压加载阶段相似材料的渗透率随着围压增大显著减少, 围压卸载后渗透率只是部分恢复, 在随后的围压循环加卸载阶段渗透率

随围压变化较小，曲线接近重合，同时可见，在3次循环加卸载阶段的每个围压下相似材料的渗透率均随着柱体倾角的增大而增大，但经过第一次围压加载阶段后相似材料的渗透率随柱体倾角的变化幅度减少，曲线较为平稳，以下对柱状节理岩体的渗透性质进行详细分析。

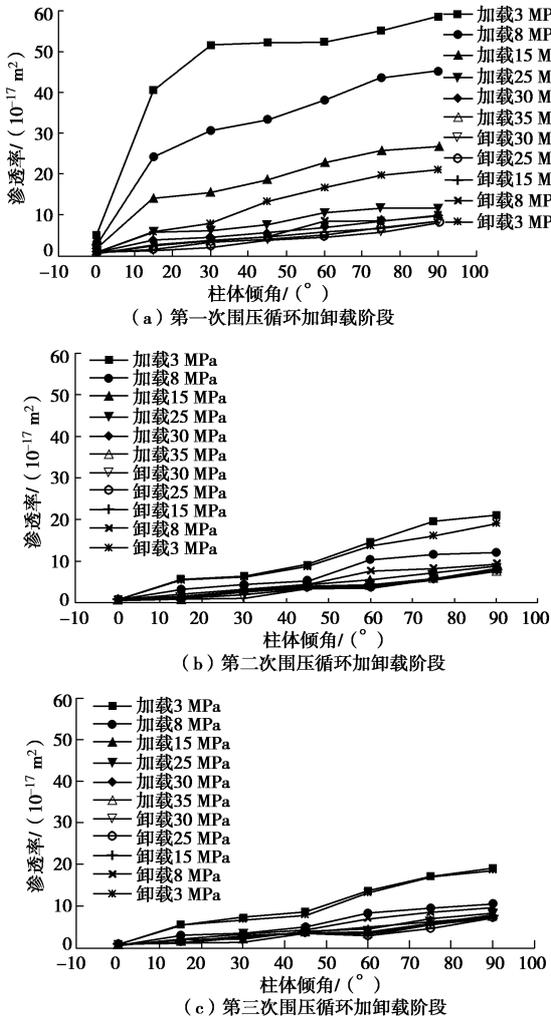


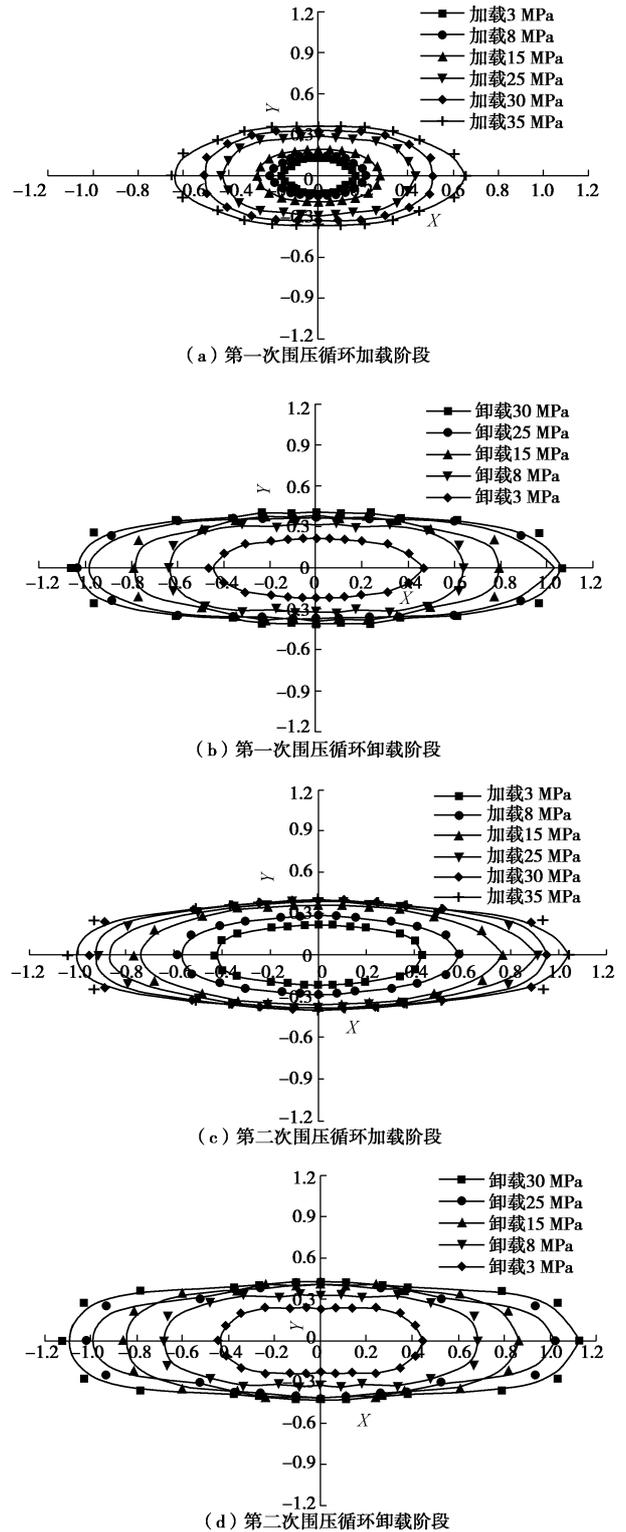
图4 3次围压循环加卸载阶段不同围压时相似材料渗透率与柱体倾角关系曲线图

Fig. 4 Relationship between permeability of similar materials and cylinder angle under different confining pressures during 3rd cyclic loading and unloading of confining pressure

2.1 柱状节理岩体渗流模型的选择

由于完整岩石的表征单元体积较小，因此对于完整岩石的渗流分析通常采用等效连续介质模型，但对于裂隙岩体，由于其表征单元体积比完整岩石大很多，甚至部分裂隙岩体不存在表征单元体积，因此裂隙岩体并非总是可以采用等效连续介质模型分析其渗流性质^[16]，柱体节理岩体作为一种具有特殊结构的裂隙岩体，等效连续介质模型对其是否适用有待研究。根据测得的柱体倾角为 0°，15°，30°，45°，60°，

75°，90°的相似材料在每次围压循环加卸载阶段不同围压时的渗透率 k_a ，以各柱体倾角方向渗透率的开平方倒数 ($1/\sqrt{k_a}$) 为点到原点的距离做出曲线在坐标第一象限内的部分，并由对称性将曲线补全，如图5，验证其是否符合渗透张量的规律，即由不同柱体倾角方向的 $1/\sqrt{k_a}$ 绘成的曲线是否近似于椭圆，如果曲线呈椭圆形，则说明柱状节理岩体存在表征单元体积^[17]，可以用等效连续介质模型对其进行渗流分析。



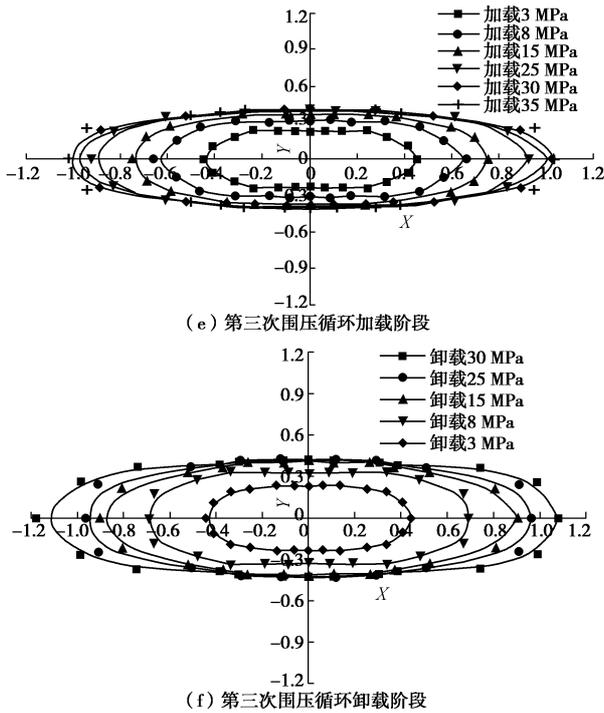


图 5 柱状节理岩体不同柱体倾角方向的 $1/\sqrt{k_a}$ 绘制的曲线
 Fig. 5 Curves of $1/\sqrt{k_a}$ of columnar jointed rock under different cylinder angles

由图 5 可见, 在每次围压循环加卸载阶段不同围压时, 做出的柱状节理岩体相似材料不同柱体倾角方向的 $1/\sqrt{k_a}$ 绘成的曲线均呈椭圆形, 为了定量分析曲线近似椭圆的程度, 通过迭代法算出每个曲线所对应的拟合度最高的椭圆标准方程:

$$x^2/a^2 + y^2/b^2 = 1 \quad (a > b > 0) \quad (8)$$

式中, a, b 是常量。

用每个曲线所对应的拟合度最高的椭圆标准方程对曲线进行拟合, 得到每个曲线所对应的拟合度, 即曲线对椭圆的近似程度, 如表 1。由表 1 中各个曲线的拟合度可见, 除了个别曲线拟合度在 90% 以下之外, 其余曲线的拟合度均在 90% 以上, 说明曲线已经极为接近椭圆, 柱状节理岩体存在表征单元体积, 因此可以采用等效连续介质模型分析柱状节理岩体的渗透性质, 且柱状节理岩体存在渗透张量。

表 1 曲线拟合度 R^2
 Table 1 Curve fitting R^2 (%)

| 项目 | 围压/MPa | | | | | |
|---------|--------|-------|-------|-------|-------|-------|
| | 3 | 8 | 15 | 25 | 30 | 35 |
| 第一次围压加载 | 97.99 | 99.49 | 98.00 | 93.30 | 95.39 | 99.01 |
| 第一次围压卸载 | 98.95 | 96.97 | 98.30 | 90.51 | 75.29 | |
| 第二次围压加载 | 94.08 | 94.34 | 95.05 | 90.93 | 52.29 | 49.07 |
| 第二次围压卸载 | 94.85 | 95.20 | 94.89 | 90.88 | 58.69 | |
| 第三次围压加载 | 96.62 | 91.75 | 90.09 | 95.11 | 55.27 | 49.32 |
| 第三次围压卸载 | 98.32 | 98.12 | 93.04 | 90.58 | 77.45 | |

2.2 柱状节理岩体渗透张量的主渗透系数及主方向

由 2.1 节可知, 可以用等效连续介质模型分析柱

状节理岩体的渗透性质, 且柱状节理岩体存在渗透张量, 本试验研究柱状节理岩体沿柱体倾角方向的渗透各向异性, 因此将柱状节理岩体看做横观各向同性材料, 忽略沿岩层方向的渗透各向异性, 只考虑沿柱体倾斜角方向的渗透各向异性, 即认为在经过柱状节理岩体一轴线, 垂直该轴线的平面内, 各点的渗透性能在各方向上都相同。因此将柱状节理岩体渗透性质的研究转换为二维问题, 则柱状节理岩体的渗透张量转变为二维张量 $K = \begin{bmatrix} K_1 & K_2 \\ K_3 & K_4 \end{bmatrix}$, 取柱体倾角 $0^\circ, 45^\circ, 90^\circ$ 的相似材料的渗透率, 记做 K_{xx}, K_{yy}, K_{xy} , 因渗透张量的对称性, 则 $K_{xy} = K_{yx}$, 由张量不变性原理^[18], 二维渗透张量表达为 $K = \begin{bmatrix} K_{xx} & K_{xy} \\ K_{xy} & K_{yy} \end{bmatrix}$ 。

以张量不变性为理论基础计算柱状节理岩体渗透张量的主渗透系数及主方向: 以 K_{xx} 方向为 x 轴, 以 K_{yy} 方向为 y 轴建立坐标系, 由张量坐标系统的变换法则知, 通过旋转坐标轴必能找到一个坐标系其坐标轴方向是柱状节理岩体渗透张量的主方向, 假设将坐标系 xoy 绕原点逆时针旋转 α 度可以得到坐标轴方向是主方向的新坐标系 wor , 其沿 w 轴方向的渗透率 K_{max} 和沿 r 轴方向的渗透率 K_{min} 是渗透张量的最大主渗透系数和最小主渗透系数, 则 $K_{wr} = 0$ 。

根据平面坐标点旋转计算公式^[19]:

$$Ax = x + (ax - x)\cos\alpha - (ay - y)\sin\alpha \quad (9)$$

$$Ay = y + (ax - x)\sin\alpha - (ay - y)\cos\alpha \quad (10)$$

式中, (ax, ay) 是平面任意一点 A 的坐标, α 是 A 点按旋转中心点 (x, y) 逆时针旋转的角度, (Ax, Ay) 是 A 点旋转后得到 A' 点的坐标, 若 A 点是绕原点旋转, 则 $x = 0, y = 0$ 。

式 (9)、(10) 转化为

$$Ax = ax \cos\alpha - ay \sin\alpha \quad (11)$$

$$Ay = ax \sin\alpha - ay \cos\alpha \quad (12)$$

则由式 (11)、(12) 得 K_{xx}, K_{xy}, K_{yy} 与 K_{max}, K_{min}, K_{wr} 的关系为

$$K_{max} = \cos^2\alpha K_{xx} + \sin^2\alpha K_{yy} + \sin 2\alpha K_{xy} \quad (13)$$

$$K_{min} = \sin^2\alpha K_{xx} + \cos^2\alpha K_{yy} - \sin 2\alpha K_{xy} \quad (14)$$

$$K_{wr} = \frac{1}{2} \sin\alpha^2 K_{xx} + \frac{1}{2} 2\alpha K_{xy} + \cos 2\alpha K_{yy} \quad (15)$$

因 $K_{wr} = 0$, 通过公式变换得到渗透张量主方向的表达式^[20]:

$$\alpha = \frac{\arctan(2K_{xy} / (K_{xx} - K_{yy}))}{2} \quad (16)$$

结合三角函数公式:

$$\left. \begin{aligned} \tan \alpha &= \frac{2 \tan(\alpha / 2)}{1 - (\tan(\alpha / 2))^2}, \\ \cos \alpha &= \frac{1 - (\tan(\alpha / 2))^2}{1 + (\tan(\alpha / 2))^2}. \end{aligned} \right\} \quad (17)$$

解出 K_{\max} , K_{\min} 的值为

(1) 当主方向 $a \in [0, 90] \cup [180, 270]$

$$K_{\max} = \frac{k_{xx} + \left[\frac{2}{A^2} (1 + \sqrt{A^2 + 1}) + 1 \right] k_{yy} + \frac{2(\sqrt{A^2 + 1} + 1)k_{xy}}{A}}{\frac{2}{A^2} (1 + \sqrt{A^2 + 1}) + 2}, \quad (18)$$

$$K_{\min} = \frac{\left[\frac{2}{A^2} (1 - \sqrt{A^2 + 1}) + 1 \right] k_{xx} + k_{yy} - \frac{2(\sqrt{A^2 + 1} - 1)k_{xy}}{A}}{\frac{2}{A^2} (1 - \sqrt{A^2 + 1}) + 2}. \quad (19)$$

(2) 当主方向 $a \in [90, 180] \cup [270, 360]$

$$K_{\max} = \frac{k_{xx} + \left[\frac{2}{A^2} (1 + \sqrt{A^2 + 1}) + 1 \right] k_{yy} - \frac{2(\sqrt{A^2 + 1} + 1)k_{xy}}{A}}{\frac{2}{A^2} (1 + \sqrt{A^2 + 1}) + 2}, \quad (20)$$

$$K_{\min} = \frac{\left[\frac{2}{A^2} (1 + \sqrt{A^2 + 1}) + 1 \right] k_{xx} + k_{yy} + \frac{2(\sqrt{A^2 + 1} + 1)k_{xy}}{A}}{\frac{2}{A^2} (1 + \sqrt{A^2 + 1}) + 2}, \quad (21)$$

式中, $A = 2K_{xy} / (K_{xx} - K_{yy})$ 。

由式 (17) ~ (21) 计算出每次循环加卸载阶段不同围压时相似材料渗透张量的最大主渗透系数和最小主渗透系数, 并作出渗透张量的最大主渗透系数和最小主渗透系数与围压的关系曲线, 见图 6, 7。

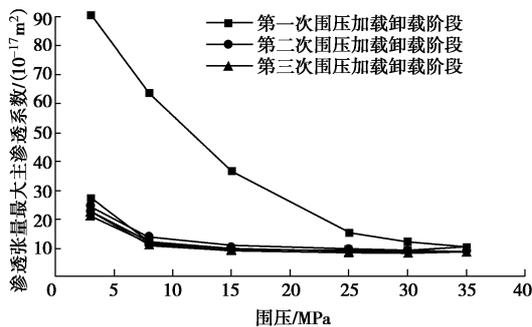


图 6 渗透张量的最大主渗透系数与围压关系曲线图

Fig. 6 Relationship between maximum principal permeability coefficient of permeability tensor and confining pressure

由图 6, 7 可见, 在第一次围压加载阶段随着围压增大, 相似材料渗透张量的最大渗透系数和最小渗透系数均显著下降, 将 3 MPa 时相似材料渗透张量的主渗透系数与 35 MPa 时相似材料渗透张量的主渗透系

数对比可知, 最大主渗透系数下降了约 90%, 最小主渗透系数下降了约 80%, 随着围压增大主渗透系数的变化逐渐趋缓, 主渗透系数对围压的敏感性降低, 在第一次围压卸载阶段, 随着围压卸载, 主渗透系数几乎没有恢复, 将第一次围压卸载阶段 3 MPa 时相似材料渗透张量的主渗透系数与第一次围压加载阶段 3 MPa 时相似材料渗透张量的主渗透系数对比可知, 第一次围压卸载阶段 3 MPa 时的最大主渗透系数是第一次围压加载阶段 3 MPa 时的最大主渗透系数的约 24%, 最小主渗透系数是第一次围压加载阶段时的约 17%, 第二次和第三次围压循环加卸载阶段, 相似材料渗透张量的主渗透系数随围压变化很小, 主渗透系数与围压关系曲线保持平稳, 部分曲线接近重合。由此可见, 在围压初次加载阶段时, 柱状节理岩体渗透张量的主渗透系数对围压变化的敏感性较大, 随围压增大主渗透系数显著减少, 但经过第一次围压加载阶段的高围压加载后柱状节理岩体即被压密, 围压卸载后主渗透系数几乎没恢复, 在随后的围压循环加卸载阶段主渗透系数保持较低值, 围压的循环加卸载对其影响很小。

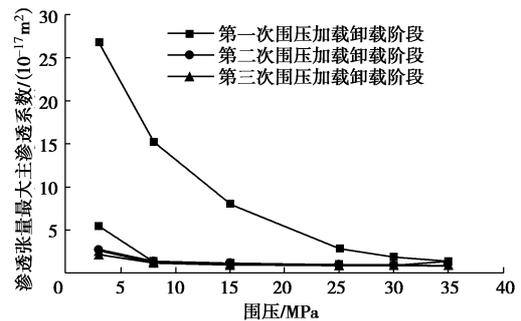


图 7 渗透张量的最小主渗透系数与围压关系曲线图

Fig. 7 Relationship between minimum principal permeability coefficient of permeability tensor and confining pressure

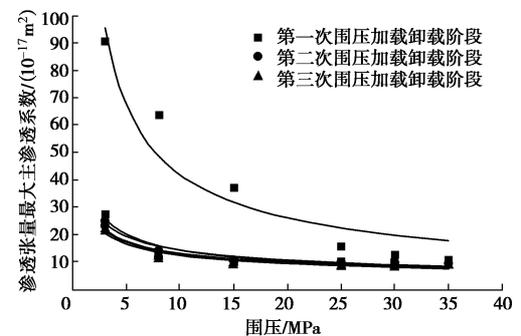


图 8 渗透张量的最大主渗透系数与围压关系的幂函数拟合曲线图

Fig. 8 Power function fitting curve of relationship between maximum principal permeability of permeability tensor and confining pressure

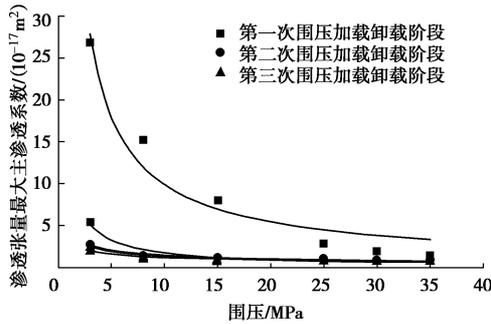


图 9 渗透张量的最小主渗透系数与围压关系的幂函数拟合曲线图

Fig. 9 Power function fitting curve of relationship between minimum principal permeability of permeability tensor and confining pressure

为了进一步分析渗透张量的最大主渗透系数和最小渗透系数与围压的关系, 对渗透张量的最大主渗透系数和最小渗透系数与围压关系的散点图进行函数拟合, 分析得幂函数模型的拟合效果较好, 见图 8, 9。并列不同围压加卸载阶段渗透张量的最大和最小主渗透系数与围压关系采用幂函数拟合的拟合度见表 2。

表 2 渗透张量的最大主渗透系数和最小主渗透系数与围压关系的幂函数拟合度 R^2

Table 2 Fitting of power function for relationship between maximum principal permeability coefficient and minimum principal permeability efficient of permeability tensor and confining pressure R^2

| 围压加载 | 最大主渗透系数的拟合度 $R^2/\%$ | 最小主渗透系数的拟合度 $R^2/\%$ |
|------|----------------------|----------------------|
| 第一次 | 90.14 | 90.30 |
| 第一次 | 93.83 | 96.97 |
| 第二次 | 96.55 | 95.47 |
| 第二次 | 97.31 | 91.56 |
| 第三次 | 94.49 | 97.85 |
| 第三次 | 90.78 | 98.76 |

由表 2 可见, 在不同围压加卸载阶段幂函数的拟合度均在 95% 左右, 说明幂函数可以较为准确的解释渗透张量的最大主渗透系数和最小渗透系数与围压的关系, 列出渗透张量的最大主渗透系数和最小主渗透系数与围压关系的拟合方程, 见表 3。

表 3 渗透张量的最大主渗透系数和最小主渗透系数与围压关系的拟合方程

Table 3 Fitting equations for relationship between maximum principal permeability coefficient and minimum principal permeability coefficient of permeability tensor and confining pressure

| 围压加载 | 最大主渗透系数方程 | 最小主渗透系数方程 |
|------|------------------------------|-----------------------------|
| 第一次 | $K_{\max} = 202.36P^{-0.68}$ | $K_{\max} = 71.02P^{-0.85}$ |
| 第一次 | $K_{\max} = 44.09P^{-0.49}$ | $K_{\max} = 14.10P^{-0.90}$ |
| 第二次 | $K_{\max} = 38.60P^{-0.43}$ | $K_{\max} = 4.50P^{-0.49}$ |
| 第二次 | $K_{\max} = 34.02P^{-0.42}$ | $K_{\max} = 4.34P^{-0.51}$ |
| 第三次 | $K_{\max} = 34.64P^{-0.42}$ | $K_{\max} = 4.36P^{-0.49}$ |
| 第三次 | $K_{\max} = 32.65P^{-0.42}$ | $K_{\max} = 3.16P^{-0.42}$ |

由式 (16) 计算出相似材料渗透张量的主方向, 即最大主渗透系数的方向, 做出每次围压循环加卸阶段相似材料渗透张量的主方向与围压的关系曲线, 如图 10。

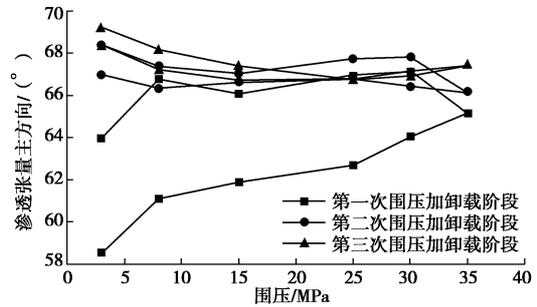


图 10 渗透张量的主方向与围压关系曲线图

Fig. 10 Relationship between main direction of permeability tensor and confining pressure

由图 10 可见, 在第一次围压加载阶段, 围压对相似材料渗透张量的主方向有较大影响, 随着围压增大, 相似材料渗透张量主方向的度数显著增长, 在围压第一次卸载阶段渗透张量主方向的度数没有降低, 反而随着围压卸载有缓慢增长, 在第二次和第三次围压循环加卸载阶段, 渗透张量主方向的度数除在部分围压有波动外, 大体趋势是随着围压的加卸载而增大, 只是在部分围压加载阶段出现下降的情况, 且渗透张量主方向的度数在围压卸载阶段比加载阶段增长速率要快, 但整体已经保持平稳。

2.3 柱状节理相似材料渗透各向异性研究

以相似材料渗透率与柱体倾角关系的曲线图 (图 4) 中的离散点为插值点, 利用插值法计算出离散点的插值函数, 近似表示相似材料的渗透率与柱体倾角的关系, 利用 Lagrange 插值法^[21]计算出每次围压循环加卸载阶段不同围压时的插值多项式, 作为该围压下表示相似材料渗透率与柱体倾角关系的插值函数:

$$L_{6(x)} = \sum_{k=0}^6 y_k l_k(x_j) = y_j \quad (j = 0, 1, \dots, 6) \quad (22)$$

式中,

$$l_k(x) = \frac{(x - x_0) \cdots (x - x_{k-1})(x - x_{k+1}) \cdots (x - x_n)}{(x_k - x_0) \cdots (x_k - x_{k-1})(x_k - x_{k+1}) \cdots (x_k - x_n)} \quad (k = 0, 1, \dots, 6) \quad (23)$$

且

$$l_j(x_k) = \begin{cases} 1, & k=j \\ 0, & k \neq j \end{cases} \quad (j, k = 0, 1, \dots, 6) \quad (24)$$

$$L_{6(x)} = \sum_{k=0}^6 y_k l_k(x_j) = y_j \quad (j = 0, 1, \dots, 6) \quad (25)$$

对求得的插值函数进行一次微分, 算得插值函数的导函数如表 4~6, 插值函数导函数的物理意义是相似材料渗透率的变化率与柱体倾角的关系, 即相似材料的渗透各向异性与柱体倾角的关系, 做出导函数曲线,

如图 11。

由图 11 可见,在第一次围压加载阶段,低围压时,随着柱体倾角的增大,相似材料渗透率的变化率逐渐减少,随着围压增大,渗透率的变化率与柱体倾角的关系

曲线逐渐趋于平稳,柱体倾角对渗透率的变化率的影响逐渐减弱,在此后的围压循环加卸载阶段,渗透率的变化率与柱体倾角的关系曲线保持平稳,柱体倾角对渗透率的变化率影响甚微。说明柱状节理岩体

表 4 第一次循环加卸载阶段不同围压时插值函数的导函数

Table 4 Derived function interpolation function under different confining pressures during 1st cyclic loading and unloading stage

| 围压/MPa | 插值函数的导函数 |
|--------|--|
| 加载 3 | $y = -0.014 + 0.12x - 0.01x^2 + 3.36 \times 10^{-4}x^3 - 4.32 \times 10^{-6}x^4 + 1.97 \times 10^{-8}x^5$ |
| 加载 8 | $y = 0.121 + 0.02x - 0.0034x^2 + 1.31 \times 10^{-4}x^3 - 1.92 \times 10^{-6}x^4 + 9.49 \times 10^{-9}x^5$ |
| 加载 15 | $y = 0.745 - 0.18x + 0.012x^2 - 3.40 \times 10^{-4}x^3 + 4.18 \times 10^{-6}x^4 - 1.86 \times 10^{-8}x^5$ |
| 加载 25 | $y = 0.527 - 0.14x + 0.01x^2 - 2.94 \times 10^{-4}x^3 + 3.71 \times 10^{-6}x^4 - 1.67 \times 10^{-8}x^5$ |
| 加载 30 | $y = 0.106 - 0.032x + 0.0036x^2 - 1.28 \times 10^{-4}x^3 + 1.86 \times 10^{-6}x^4 - 9.24 \times 10^{-9}x^5$ |
| 加载 35 | $y = -0.045 + 0.0065x + 9.28 \times 10^{-4}x^2 - 5.9 \times 10^{-5}x^3 + 1.06 \times 10^{-6}x^4 - 5.86 \times 10^{-9}x^5$ |
| 卸载 30 | $y = 0.805 - 0.22x + 0.016x^2 - 4.81 \times 10^{-4}x^3 + 6.10 \times 10^{-6}x^4 - 2.77 \times 10^{-8}x^5$ |
| 卸载 25 | $y = -0.0018 - 0.0042x + 1.61 \times 10^{-3}x^2 - 7.62 \times 10^{-5}x^3 + 1.22 \times 10^{-6}x^4 - 6.3 \times 10^{-9}x^5$ |
| 卸载 15 | $y = 0.197 - 0.048x + 0.004x^2 - 1.40 \times 10^{-4}x^3 + 1.93 \times 10^{-6}x^4 - 6.93 \times 10^{-9}x^5$ |
| 卸载 8 | $y = -0.1098 + 0.06x - 0.005x^2 + 1.51 \times 10^{-4}x^3 - 1.95 \times 10^{-6}x^4 + 8.86 \times 10^{-9}x^5$ |
| 卸载 3 | $y = 0.076 + 0.1x - 0.0094x^2 + 3.07 \times 10^{-4}x^3 - 4.03 \times 10^{-6}x^4 + 1.84 \times 10^{-8}x^5$ |

表 5 第二次循环加卸载阶段不同围压时插值函数的导函数

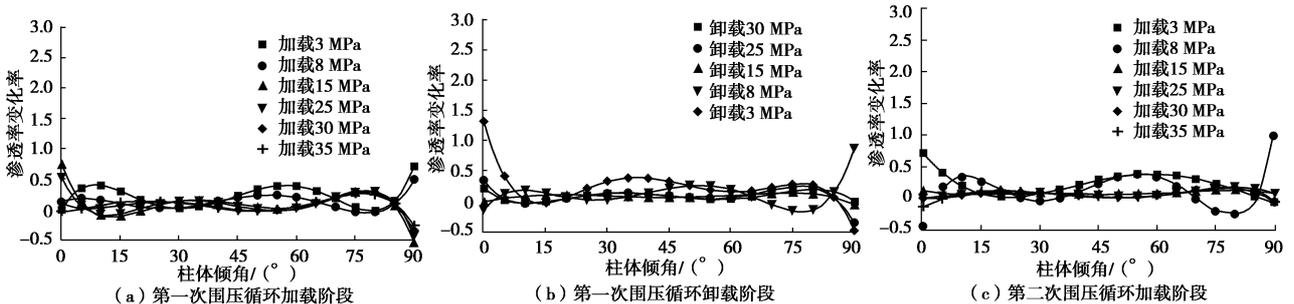
Table 5 Derived function interpolation function under different confining pressures during 2nd cyclic loading and unloading stage

| 围压/MPa | 插值函数的导函数 |
|--------|---|
| 加载 3 | $y = 3.53 - 0.17x + 1.83 \times 10^{-3}x^2 + 2.59 \times 10^{-5}x^3 - 5.33 \times 10^{-7}x^4 + 2.31 \times 10^{-9}x^5$ |
| 加载 8 | $y = 2.201 - 1.26x + 1.94 \times 10^{-3}x^2 + 1.35 \times 10^{-5}x^3 - 4.52 \times 10^{-7}x^4 + 2.23 \times 10^{-9}x^5$ |
| 加载 15 | $y = 1.869 - 0.22x + 9.66 \times 10^{-3}x^2 - 1.87 \times 10^{-4}x^3 + 1.66 \times 10^{-6}x^4 - 5.56 \times 10^{-9}x^5$ |
| 加载 25 | $y = 0.644 - 0.05x + 8.06 \times 10^{-3}x^2 + 2.67 \times 10^{-5}x^3 - 7.18 \times 10^{-7}x^4 + 4.31 \times 10^{-9}x^5$ |
| 加载 30 | $y = 0.412 - 0.05x + 2.09 \times 10^{-3}x^2 - 4.38 \times 10^{-5}x^3 + 4.40 \times 10^{-7}x^4 - 1.71 \times 10^{-9}x^5$ |
| 加载 35 | $y = 0.094 + 0.01x - 1.33 \times 10^{-3}x^2 + 4.24 \times 10^{-6}x^3 - 5.51 \times 10^{-7}x^4 + 2.52 \times 10^{-9}x^5$ |
| 卸载 30 | $y = 0.21 - 0.06x + 0.004x^2 - 1.34 \times 10^{-4}x^3 + 1.66 \times 10^{-6}x^4 - 7.33 \times 10^{-9}x^5$ |
| 卸载 25 | $y = 0.346 - 0.09x + 0.007x^2 - 2.01 \times 10^{-4}x^3 + 2.55 \times 10^{-6}x^4 - 1.16 \times 10^{-8}x^5$ |
| 卸载 15 | $y = -0.014 + 0.01x - 5.15 \times 10^{-4}x^2 + 2.82 \times 10^{-6}x^3 + 8.80 \times 10^{-8}x^4 - 8.49 \times 10^{-10}x^5$ |
| 卸载 8 | $y = -0.15 + 0.09x - 0.007x^2 + 2.52 \times 10^{-4}x^3 - 3.47 \times 10^{-6}x^4 + 1.67 \times 10^{-8}x^5$ |
| 卸载 3 | $y = 1.332 - 0.026x + 0.02x^2 - 4.34 \times 10^{-4}x^3 + 5.03 \times 10^{-6}x^4 - 2.13 \times 10^{-8}x^5$ |

表 6 第三次循环加卸载阶段不同围压时插值函数的导函数

Table 6 Derived function interpolation function under different confining pressures during 3rd cyclic loading and unloading stage

| 围压/MPa | 插值函数的导函数 |
|--------|---|
| 加载 3 | $y = 0.73 - 0.08x + 2.61 \times 10^{-3}x^2 - 2.74 \times 10^{-5}x^3 + 2.61 \times 10^{-8}x^4 + 5.43 \times 10^{-10}x^5$ |
| 加载 8 | $y = -0.44 + 0.19x - 0.02x^2 + 4.75 \times 10^{-4}x^3 - 6.19 \times 10^{-6}x^4 + 2.85 \times 10^{-8}x^5$ |
| 加载 15 | $y = 0.13 - 0.01x + 8.49 \times 10^{-4}x^2 - 2.53 \times 10^{-5}x^3 + 3.28 \times 10^{-7}x^4 - 1.52 \times 10^{-9}x^5$ |
| 加载 25 | $y = 0.015 + 0.0035x + 4.1 \times 10^{-4}x^2 - 2.58 \times 10^{-5}x^3 + 4.4 \times 10^{-7}x^4 - 2.32 \times 10^{-9}x^5$ |
| 加载 30 | $y = 9.4 \times 10^{-4} - 0.002x + 1.16 \times 10^{-3}x^2 - 5.2 \times 10^{-5}x^3 + 8.09 \times 10^{-7}x^4 - 4.1 \times 10^{-9}x^5$ |
| 加载 35 | $y = -0.126 + 0.03x - 8.11 \times 10^{-4}x^2 - 1.18 \times 10^{-6}x^3 + 2.37 \times 10^{-7}x^4 - 1.79 \times 10^{-9}x^5$ |
| 卸载 30 | $y = 0.7 - 0.19x + 0.014x^2 - 3.96 \times 10^{-4}x^3 + 4.91 \times 10^{-6}x^4 - 2.18 \times 10^{-8}x^5$ |
| 卸载 25 | $y = 0.03 - 0.0037x + 1.36 \times 10^{-3}x^2 - 6.32 \times 10^{-5}x^3 + 1.01 \times 10^{-6}x^4 - 5.29 \times 10^{-9}x^5$ |
| 卸载 15 | $y = 0.411 - 0.1x + 0.0071x^2 - 2.00 \times 10^{-4}x^3 + 2.44 \times 10^{-6}x^4 - 1.07 \times 10^{-8}x^5$ |
| 卸载 8 | $y = -0.27 + 0.11x - 0.0088x^2 + 2.73 \times 10^{-4}x^3 - 3.59 \times 10^{-6}x^4 + 1.68 \times 10^{-8}x^5$ |
| 卸载 3 | $y = 0.4056 + 0.01x - 0.003x^2 + 1.69 \times 10^{-4}x^3 - 2.60 \times 10^{-6}x^4 + 1.32 \times 10^{-8}x^5$ |



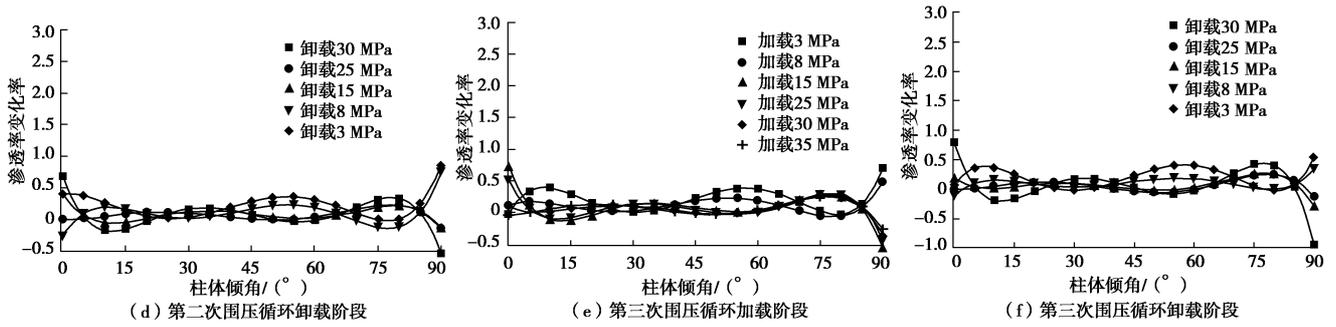


图 11 3 次围压循环加卸载下不同围压时相似材料的渗透各向异性与柱体倾角关系曲线图

Fig. 11 Relationship between permeability anisotropy of similar materials and cylinder angle under different confining pressures during

three cyclic loading and unloading of confining pressure

在低围压时, 渗透各向异性较为显著, 且随着柱体倾角增大渗透各向异性逐渐减弱, 随着围压增大, 柱状节理岩体的渗透各向异性逐渐减小, 在高围压时, 柱状节理岩体的渗透各向异性保持在较低值, 柱体倾角对渗透各向异性几乎没有影响, 且柱状节理岩体经过第一次高围压加载渗透各向异性显著下降后, 随着围压卸载柱状节理岩体的渗透率各向异性几乎没有恢复, 在此后的围压循环加卸载阶段, 柱状节理岩体的渗透各向异性保持在较低水平, 围压变化对其影响很小, 曲线接近重合, 且柱体倾角对其渗透各向异性的影响也很微弱。

3 结 论

(1) 根据试验测得的不同柱体倾角柱状节理岩体相似材料的渗透率, 做出每次围压循环加卸载阶段不同围压时相似材料各个方向渗透率开平方倒数的曲线, 由迭代法算出每个曲线所对应的拟合度最高的椭圆标准方程对曲线的拟合度, 结果表明除个别曲线外, 曲线的拟合度均在 90% 以上, 说明曲线已经极为接近椭圆, 柱状节理岩体存在表征单元体积, 因此可以采用等效连续介质模型分析柱状节理岩体的渗透性质且柱状节理岩体存在渗透张量。

(2) 根据张量不变性原理, 得到每次围压循环加卸载阶段不同围压时柱状节理岩体的二维渗透张量

$$[K] = \begin{bmatrix} k_{xx} & k_{xy} \\ k_{xy} & k_{yy} \end{bmatrix}, \text{ 其中 } K_{xx}, K_{yy}, \text{ 分别是柱体倾角为 } 0^\circ, 45^\circ, 90^\circ \text{ 的相似材料在对应围压下的渗透率。}$$

(3) 以张量不变性为理论基础, 推导出计算柱状节理岩体渗透张量的最大主渗透系数 K_{max} 和最小主渗透系数 K_{min} 的公式, 并计算出每次围压循环加卸载阶段不同围压时柱状节理岩体渗透张量的最大主渗透系数和最小主渗透系数及主方向。

(4) 在围压初次加载阶段时, 柱状节理岩体渗透张量的主渗透系数对围压变化的敏感性较大, 随围压

增大主渗透系数显著减少, 围压卸载后主渗透系数没有恢复, 在随后的围压循环加卸载阶段主渗透系数保持较低值, 围压变化对其影响很小, 且在每个围压加卸载阶段, 柱状节理岩体渗透张量的主渗透系数与围压均呈幂函数关系。

(5) 柱状节理岩体在第一次围压加载阶段, 围压对柱状节理岩体渗透张量的主方向有较大影响, 随围压增大, 渗透张量主方向的度数显著增长, 在围压第一次卸载阶段渗透张量主方向的度数没有降低, 反而随着围压卸载有缓慢增长, 在第二次和第三次围压循环加卸载阶段, 渗透张量主方向的度数除在部分围压有波动外, 大体趋势是随着围压的加卸载而增大, 只是在部分围压加载阶段出现下降的情况, 且渗透张量主方向的度数在围压卸载阶段比加载阶段增长速率要快, 但整体已经保持平稳。

(6) 柱状节理岩体在低围压时, 渗透各向异性较为显著, 且随着柱体倾角增大渗透各向异性逐渐减弱, 随着围压增大, 柱状节理岩体的渗透各向异性逐渐减小, 在高围压时, 柱状节理岩体的渗透各向异性保持在较低值, 柱体倾角对柱状节理岩体渗透各向异性几乎没有影响, 且柱状节理岩体经过一次高围压加载渗透各向异性显著下降后, 随着围压卸载柱状节理岩体的渗透各向异性几乎没有恢复, 在此后的围压循环加卸载阶段, 柱状节理岩体的渗透各向异性保持在较低水平, 围压变化对其影响很小, 柱体倾角对其影响也很微弱。

(7) 柱状节理岩体的渗透性质, 均是在第一次围压加载阶段发生显著变化, 并且随着围压卸载渗透性质不能恢复, 此后的围压循环加卸载对柱状节理岩体的渗透性质影响很小, 说明经过第一次高围压加载后, 柱状节理岩体即被压密, 且围压卸载后也没有恢复。

参考文献:

[1] LLER M G. Experimental simulation of basalt columns[J]. Journal of Volcanology and Geothermal Research, 1998,

- 86(1): 93 - 6.
- [2] DEGRAFF J M, AYDIN A. Surface morphology of columnar joints and its significance to mechanics and direction of joint growth[J]. Geological Society of America Bulletin, 1987, 99(5): 605 - 17.
- [3] 徐卫亚, 郑文棠, 宁宇, 等. 柱状节理坝基岩体三维各向异性数值分析[J]. 岩土力学, 2010, 31(3): 949 - 55. (XU Wei-ya, ZHENG Wen-tang, NING Yu, et al. 3D anisotropic numerical analysis of rock mass with columnar joints for dam foundation[J]. Rock and Soil Mechanics, 2010, 31(3): 949 - 55. (in Chinese))
- [4] 刘海宁, 王俊梅, 王思敬. 白鹤滩柱状节理岩体真三轴模型试验研究[J]. 岩土力学, 2010, 31(增刊 1): 163 - 171. (LIU Hai-ning, WANG Jun-mei, WANG Si-jing. Experimental research of columnar jointed basalt with true triaxial apparatus at Baihetan Hydropower Station[J]. Rock and Soil Mechanics, 2010, 31(S1): 163 - 171. (in Chinese))
- [5] 肖维民, 邓荣贵, 付小敏, 等. 单轴压缩条件下柱状节理岩体变形和强度各向异性模型试验研究[J]. 岩石力学与工程学报, 2015, 33(5): 957 - 963. (XIAO Wei-min, DENG Rong-gui, FU Xiao-min, et al. Model experiments on deformation and strength anisotropy of columnar jointed rock masses under uniaxial compression[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2015, 33(5): 957 - 963. (in Chinese))
- [6] 田开铭. 偏流与裂隙水脉状径流[J]. 地质论评, 1983, 29(5): 408 - 17. (TIAN Kai-ming. Oefleiton flow and arterial flow in fractures[J]. Geological Review, 1983, 29(5): 408 - 17. (in Chinese))
- [7] LOMIZE G. Flow in fractured rocks[J]. Gosenergoizdat, 1951, 127: 197.
- [8] 速宝玉, 詹美礼, 赵坚. 仿天然岩体裂隙渗流的实验研究[J]. 岩土工程学报, 1995, 17(5): 19 - 24. (SU Bao-yu, ZHAN Mei-Li, ZHAO Jian. Study on fracture seepage in the limitative nature rock[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering. 1995, 17(5): 19 - 24. (in Chinese))
- [9] WONG L N Y, LI D, LIU G. Experimental studies on permeability of intact and singly jointed meta-sedimentary rocks under confining pressure[J]. Rock Mechanics and Rock Engineering, 2013, 46(1): 107 - 21.
- [10] KIM H-M, LETTRY Y, RYU D-W, et al. Mock-up experiments on permeability measurement of concrete and construction joints for air tightness assessment[J]. Materials and Structures, 2014, 47(1/2): 127 - 40.
- [11] 邹丽芳. 裂隙岩体渗流应力耦合渗透特性的试验及数值分析研究[D]. 南京: 河海大学, 2012. (ZOU Li-fang. Experimental and numerical analysis of seepage stress coupling seepage characteristics of fractured rock mass[D]. Nanjing: Hohai University, 2012. (in Chinese))
- [12] 付志亮, 牛学良, 王素华, 等. 相似材料模拟试验定量研究[J]. 固体力学学报, 2008, 27(增刊 1): 170 - 173. (FU Zhi-liang, NIU Xue-liang, WANG Su-hua, et al. Similar material simulation test quantitative study[J]. Journal of Solid Mechanics, 2008, 27(S1): 170 - 173. (in Chinese))
- [13] 宁宇. 柱状节理岩体各向异性等效强度与屈服准则研究[D]. 南京: 河海大学, 2008. (NING Yu. Study on anisotropic equivalent strength and yield criterion of the columnar jointed rock mass[D]. Nanjing: Hohai University, 2008. (in Chinese))
- [14] 王环玲, 徐卫亚. 致密岩石渗透测试与渗流力学特性[M]. 北京: 科学出版社, 2015. (WANG Huan-ling, XU Wei-ya. Permeability test of tight rock and the mechanical properties of porous flow[M]. Beijing: Science Press, 2015. (in Chinese))
- [15] 王环玲, 徐卫亚, 左婧, 等. 低渗透岩石渗透率与孔隙率演化规律的气渗试验研究[J]. 水利学报, 2015, 46(2): 208 - 216. (WANG Huan-ling, XU Wei-ya, ZUO Jing, et al. Evolution law of the permeability and porosity for low-permeability rock based on gas permeability test[J]. Journal of Hydraulic Engineering, 2015, 46(2): 208 - 216. (in Chinese))
- [16] 孔祥言. 高等渗流力学[M]. 北京: 中国科学技术大学出版社, 1999. (KONG Xing-yan. Advanced seepage mechanics[M]. Beijing: University of Science & Technology China Press, 1999. (in Chinese))
- [17] 王恩志. 岩体裂隙的网络分析及渗流模型[J]. 岩石力学与工程学报, 2004, 12(3): 214 - 21. (WANG En-zhi. Network analysis and seepage flow model of fractured rockmass[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2004, 12(3): 214 - 21. (in Chinese))
- [18] 黄克智, 陆明万. 张量分析[M]. 北京: 清华大学出版社, 2003. (HUANG Ke-zhi, LU Ming-wan. Tensor analysis[M]. Beijing: Tsinghua University Press, 2003. (in Chinese))
- [19] 吕林根, 许子道. 解析几何[M]. 北京: 高等教育出版社, 1987. (LÜ Lin-gen, XU Zi-dao. Analytic geometry[M]. Beijing: Higher Education Press, 1987. (in Chinese))
- [20] 张有天. 岩石水力学与工程[M]. 北京: 中国水利水电出版社, 2005. (ZHANG You-tian. Ground hydraulics and engineering [M]. Beijing: China Water & Power Press, 2005. (in Chinese))
- [21] 李庆扬, 王能超. 数值分析[M]. 北京: 清华大学出版社, 2001. (LI Qing-yang, WANG Neng-chao. Numerical analysis[M]. Beijing: Tsinghua University Press, 2001. (in Chinese))